

MOMEN ORTOGON LEGENDRE SEBAGAI SUATU FITUR UNTUK PENGECAMAN KEDUDUKAN PENUMPANG

CHOONG-YEUN LIONG¹, NOR AZURA MD GHANI²
ABDUL AZIZ JEMAIN¹ & CHRIS THOMPSON³

Abstrak. Makalah ini membincangkan penggunaan momen ortogon Legendre (MOL) sebagai suatu fitur untuk pengelasan imej kedudukan penumpang yang tersegmen-sempurna. Keupayaan mengenal pasti kedudukan penumpang dalam kenderaan adalah penting misalnya sebagai input kepada suatu sistem kereta pintar yang dapat memberikan maklumat untuk pelepasan beg udara keselamatannya. Hasil kajian oleh *Insurance Institute for Highway Safety* di Amerika Syarikat telah menunjukkan bahawa kedudukan relatif seseorang penumpang itu kepada beg udara adalah penting demi keselamatannya. Lantaran itu kajian ini adalah suatu usaha ke arah menghasilkan satu sistem untuk pengecaman kedudukan penumpang dalam kereta. Sebanyak 1283 imej daripada sepuluh kelas kedudukan penumpang yang telah disegmen-sempurna secara manual diguna dalam kajian ini dan sembilan fitur MOL telah dijana untuk setiap imej menggunakan atur cara C++. Fitur-fitur itu seterusnya telah dimasukkan ke dalam pakej SPSS dan kajian pengelasan telah dijalankan menggunakan analisis diskriminan linear Fisher. Analisis diskriminan linear Fisher digunakan untuk memperlihatkan kepentingan dan perbezaan yang timbul di antara fitur-fitur yang diguna ke arah menerangkan kedudukan-kedudukan penumpang tersebut. Pengelasan data telah dijalankan menggunakan kaedah pengesahan-silang (pengelasan keluarkan-satu) untuk memaksimumkan penyelidikan ke atas data yang ada. Kaedah ini membolehkan kesemua data yang ada diguna untuk latihan, dan juga dalam pengesahan, di samping masih tetap menghasilkan suatu anggaran tak-bersandar akan keupayaan pengelas secara teritlak. Hasil pengelasan yang diperoleh menunjukkan bahawa kesemua kedudukan penumpang telah dikelaskan ke dalam kelas yang sepatutnya dengan kadar kejayaan 100%. Oleh itu kesimpulannya, imej yang tersegmen-sempurna itu telah didiskrimin dengan sempurna ke dalam kelas yang sepatutnya dan ini menyokong MOL sebagai suatu fitur yang boleh digunakan untuk pengecaman kedudukan penumpang yang dikaji.

Kata kunci: Momen ortogon Legendre, kelas kedudukan penumpang, tersegmen-sempurna, analisis diskriminan linear Fisher

¹ Pusat Pengajian Sains Matematik, Fakulti Sains dan Teknologi, Universiti Kebangsaan Malaysia, 43600 Bangi, Selangor. Tel: 03-89213712 / 5724, Faks: 03-89254519

Email: lg@ukm.my dan aziz@ukm.my

² Pusat Pengajian Statistik, Fakulti Teknologi Maklumat dan Sains Kuantitatif, Universiti Teknologi MARA, 40450 Shah Alam, Selangor. Tel: 03-55435371, Faks: 03-55435501

Email: azura@tmsk.uitm.edu.my

³ Applied Mathematics and Computing Group, School of Engineering, Cranfield University, Bedford MK43 0AL, England. Tel: +44-(0)1234-754634, Faks: +44-(0)-1234-754797

Email: chris.thompson@cranfield.ac.uk

Abstract. In this article, the application of Legendre orthogonal moment (LOM) for the classification of perfectly hand-segmented passenger position images is discussed. The ability to identify the passenger position in a car is important for instance as an input to a smart car's system for the deployment of its safety airbag. Research reports by the Insurance Institute for Highway Safety in the United States have shown that the relative position of a passenger to the airbag is important to his/her safety. Hence this research work is towards developing a system for passenger position recognition in a car. A total of 1283 images of ten passenger position classes that have been perfectly segmented by hand were used in this work, and nine LOM features have been generated for each image by using a C++ program. The features were then fed into the SPSS package for classification by using Fisher's linear discriminant analysis. Fisher's linear discriminant analysis was used to show the importance and the differences among the features used toward describing the passenger positions. Data classification has been performed by using cross-validation (leave-one-out classification) in order to maximise the investigation on the data available. This method enables all of the available data to be utilised for training, as well as for validation, while still generating an independent estimate of the classifier generalisation capability. The classification results produced showed that the various passenger classes have been classified into the respective classes with a 100% success rate. Therefore, it can be concluded that the perfectly segmented images have been well discriminated into the respective classes and this supports LOM as a potential feature for the recognition of the passenger positions investigated.

Keywords: Legendre orthogonal moments, passenger position classes, perfectly-segmented, Fisher linear discriminant analysis

1.0 PENGENALAN

Satu daripada tujuan utama dalam kajian automotif pintar ialah beg udara keselamatan pintar [1,2]. Suatu maklumat penting ke arah matlamat tersebut ialah maklumat tentang kedudukan semasa seseorang penumpang. Hasil kajian daripada *Insurance Institute for Highway Safety* di Amerika Syarikat [3] telah menunjukkan bahawa kedudukan relatif seseorang penumpang itu kepada beg udara adalah penting demi keselamatannya. Oleh itu, suatu sistem visyen yang mampu mengenal pasti kedudukan penumpang dalam kenderaan adalah penting dan besar manfaatnya [1,4]. Suatu sistem berdasarkan penglihatan memastikan kesemua maklumat kedudukan yang ada pada satu-satu ketika sentiasa tersimpan, dan hanya kemampuan pemprosesan sahaja yang membataskan maklumat yang dapat dicerap untuk membuat keputusan. Keupayaan ini adalah jelas apabila difikir akan keberkesanan dan kehebatan daya penglihatan manusia [5,6]. Dan, faktor-faktor ini telah mendorong kepada kajian ke arah suatu sistem visyen untuk pengecaman kedudukan penumpang sebagai matlamat akhirnya.

Komponen-komponen utama dalam suatu sistem visyen adalah pengambilan imej, pemprosesan imej, penyarian fitur dan seterusnya pengelasan. Dalam makalah ini, dibincangkan aspek penyarian fitur itu ke arah penghasilan suatu sistem visyen untuk pengecaman kedudukan penumpang. Keterangan lanjut tentang aspek-aspek lain sila rujuk [1].

Perlu ditekankan bahawa menentu dan mendapatkan fitur, iaitu ciri-ciri unik yang dikira daripada suatu imej, merupakan suatu tugas yang besar dan mencabar dalam

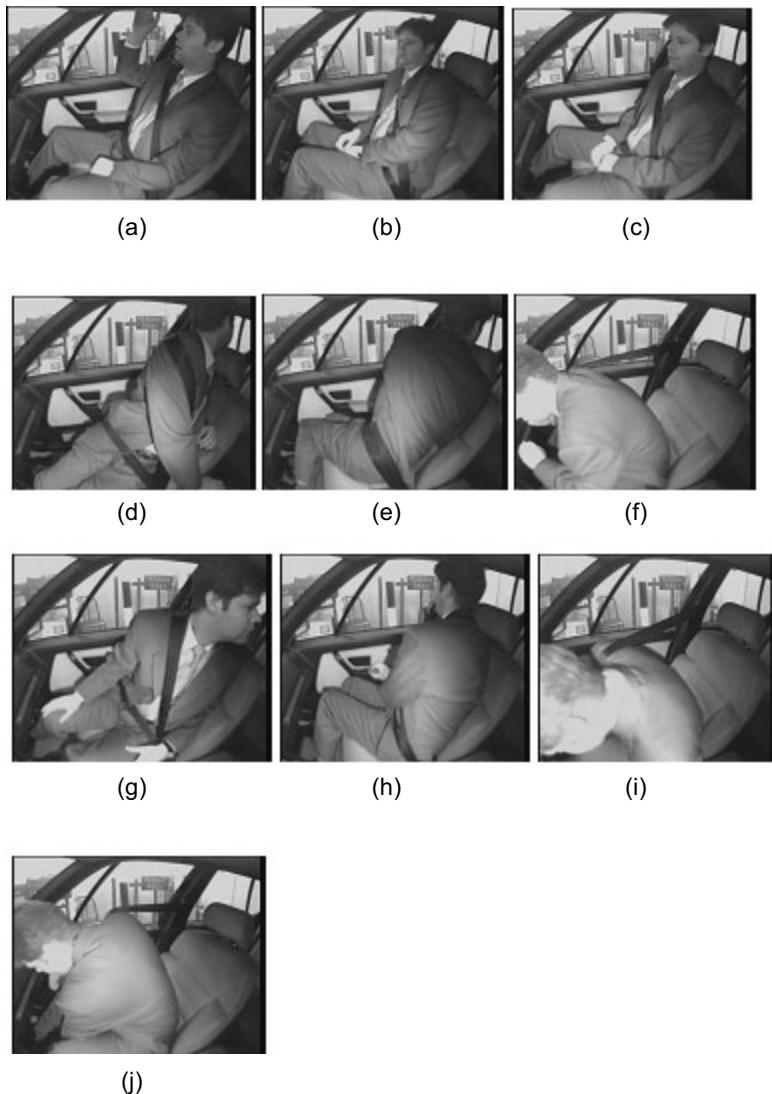
merekabentuk suatu sistem pengecaman pola [7]. Ini adalah kerana tiada prosedur atau panduan tertentu ke arah mendapatkannya. Ia lebih bersifat heuristik, iaitu bersifat berpandukan kepada pengetahuan pengkaji dan maklumat daripada data untuk menentukan corak atau jenis fitur yang akan dicadangkan. Dengan kata lain, ia merujuk kepada langkah-langkah memproses cerapan dan maklumat daripada imej untuk menentukan ciri-ciri yang dapat mengecam sesuatu objek itu [8]. Langkah ini akan menjadi lebih mencabar apabila ia melibatkan imej yang hampir sama bentuknya dan mempunyai persekitaran yang kompleks.

Dalam makalah ini, momen ortogon Legendre (MOL) [1,9,10-12] telah dipilih sebagai fitur untuk mencirikan sepuluh kelas kedudukan penumpang dalam kereta. Momen merupakan suatu ciri yang popular dan luas dipergunakan dalam sistem pengecaman pola [10,13-15]. Momen imej memainkan peranan penting dalam pengelasan [8,15,16]. Untuk kajian ini, ia memperlihatkan ciri-ciri yang diingini, iaitu daripada sifatnya yang berkait rapat dengan kedudukan, saiz dan bentuk yang terlibat apabila peringkatnya kian meningkat. Oleh itu, momen tampaknya merupakan suatu fitur yang boleh digunakan untuk pengecaman kedudukan ini dan perlu diuji seterusnya kesesuaian itu dengan kaedah statistik [10]. Penentuan kesesuaian sangatlah penting bagi pengecaman kedudukan penumpang kerana manusia merupakan bentuk yang kompleks dan mempunyai pelbagai variasi kedudukannya.

Seksyen berikut membincangkan data kajian dan fitur momen yang digunakan dengan lebih lanjut. Penjanaan fitur, penerangan dan perbincangan tentang andaian dan keperluan kaedah statistik berkaitan diberikan dalam seksyen seterusnya. Keputusan analisis statistik, pengelasan fitur menggunakan analisis diskriminan linear Fisher sebagai pengukuran akhir kesesuaianya, dan perbincangan kesimpulan dalam seksyen terakhir akan memerihalkan kesesuaian fitur MOL untuk pengecaman kedudukan penumpang.

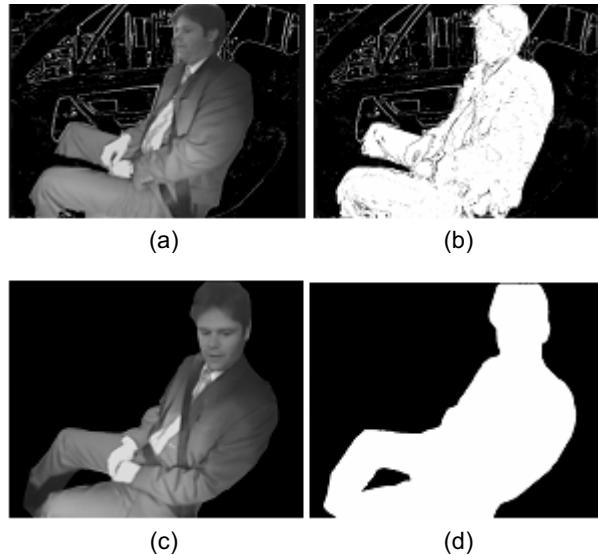
2.0 DATA KAJIAN

Data yang digunakan adalah hasil janaan daripada satu siri imej kedudukan penumpang yang berada dalam kereta pegun dan seterusnya disegmen-sempurna secara manual. Sebanyak 1283 imej daripada sepuluh kelas kedudukan penumpang yang hampir sama telah diambil. Penumpang tersebut beralih dari satu kedudukan ke kedudukan yang berikutnya secara berturutan, iaitu suatu cubaan mensimulasi tingkah laku seseorang penumpang biasa dalam kereta. Kelas-kelas kedudukan penumpang yang berbeza itu adalah mengikut takrifan yang diberikan oleh pakar dari PSA Peugeot Citroen [1]. Sepuluh kelas kedudukan penumpang yang dikenal pasti adalah “*hand*,” “*standard*,” “*back left*,” “*back right*,” “*lean*,” “*dashboard*,” “*turn left*,” “*turn right*,” “*radio*” dan “*floor*.” Rajah 1 menunjukkan kedudukan tipikal setiap kelas tersebut.



Rajah 1 Sampel imej data asal bagi kedudukan (a) “hand,” (b) “lean,” (c) “standard,” (d) “back left,” (e) “back right,” (f) “dashboard,” (g) “turn left,” (h) “turn right,” (i) “radio” dan (j) “floor”

Setiap kelas kedudukan adalah terbentuk daripada suatu siri imej kedudukan penumpang – lebih kurang sebanyak 130 imej untuk setiap kedudukan – yang sedikit berbeza di antara satu sama lain. Kedudukan tipikal yang ditunjukkan dalam Rajah 1 mewakili imej asal, manakala Rajah 2 mewakili contoh imej yang diperoleh setelah imej disegmen-sempurna dan pengambangan dilakukan. Teknik pengambangan [16] digunakan di sini untuk menghasilkan imej binari dengan kawasan objek diberi warna putih dan latar belakang warna hitam. Pengambangan dijalankan dengan menggunakan perisian komputer *Jasc Paint Shop Pro 8*.



Rajah 2 (a) dan (b) imej tidak tersegmen sempurna dan selepas pengambangan; (c) dan (d) imej tersegmen-sempurna dan selepas pengambangan

Seterusnya imej binari yang terhasil diproses menggunakan atur cara C++ untuk mendapatkan fitur MOL.

3.0 FITUR MOL DAN PENGIRAAN

Momen geometri peringkat $(p + q)$ bagi suatu imej digital dua dimensi $f(x, y)$ bersaiz $N \times M$ ditakrifkan sebagai:

$$m_{pq} = \sum_{y=0}^{M-1} \sum_{x=0}^{N-1} x^p y^q f(x, y), \quad p, q = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

yang mana (x, y) adalah koordinat pixel pada imej tersebut. Selanjutnya, jika $f(x, y) = 1$, persamaan di atas akan memberikan nilai momen geometri yang mewakili suatu bentuk tertentu. Dengan kata lain, ia boleh digunakan untuk mewakili atau mencirikan sebarang objek dan bentuknya [9,13]. Ini juga bermaksud suatu versi binari objek kajian adalah memadai memandangkan yang diutamakan dalam aplikasi ini adalah kedudukan, saiz dan bentuk objeknya. Oleh itu, pengiraan momen geometri objek kajian ini dapat diringkaskan kepada:

$$m_{pq} = \sum_{y=0}^{M-1} \sum_{x=0}^{N-1} x^p y^q, \quad p, q = 0, 1, 2, 3, \dots$$

apabila diambil kira rantau $f(x, y) = 1$ sahaja.

Dari rumus di atas, adalah jelas nilai momennya akan meningkat dengan pantas untuk peringkat yang semakin tinggi dan koordinat yang besar. Lantaran itu diperkenalkan konsep pengiraan momen berasaskan titik tengah imej untuk memperluaskan julat nilai momen yang terhasil, iaitu meliputi kesemua nilai positif dan negatif yang mungkin, di samping mengekang julat nilainya. Namun begitu, julat nilainya yang masih jua besar, khususnya pada momen peringkat tinggi, adalah suatu kelemahan untuk kerja-kerja pengelasan, terutamanya jika suatu pengelas tak-linear seperti rangkaian neural ingin dipertimbangkan [17]. Julat nilai fitur yang kecil juga mempunyai kebaikan dari segi mempercepatkan proses penumpuan fasa latihan sesuatu pengelas [18]. Oleh itu, langkah mempiawaikan nilai koordinat imej ke dalam selang nilai $[-1, 1]$ telah dilakukan tanpa kehilangan sebarang maklumat [9]. Ini memberikan hasil yang dikehendaki, iaitu momen peringkat lebih tinggi akan pada umumnya, mempunyai nilai yang semakin mengecil nilainya.

Satu lagi sifat penting suatu fitur untuk pengelasan adalah keortogonalan. Keortogonalan bermaksud tiada lewahan atau korelasi antara fitur. Dengan kata lain, ia memastikan setiap ciri atau fitur yang terhasil adalah suatu ciri baru ke arah mentakrifkan sesuatu objek itu. Untuk mencapai matlamat ini, suatu set asas yang ortogon dalam satu selang terhingga adalah perlu. Ini membawa kepada kesesuaian penggunaan polinomial Legendre yang bersifat ortogon dalam selang nilai $[-1, 1]$. Selanjutnya fungsi imej $f(x, y)$, dengan andaian ia adalah selanjar cebis demi cebis dalam selang asas tersebut, boleh ditakrifkan sebagai suatu kembangan siri infinit seperti berikut:

$$f(x, y) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \lambda_{pq} P_p(x) P_q(y)$$

dengan λ = MOL, dan $P(x)$, $P(y)$ = polinomial Legendre.

Menulis semula polinomial-polinomial tersebut dalam bentuk padat, iaitu:

$$\begin{aligned} P_p(x) &= \sum_{j=0}^p c_{pj} x^j \\ P_q(x) &= \sum_{k=0}^q c_{qk} y^k \end{aligned}$$

boleh ditunjukkan bahawa MOL dapat dikira daripada momen geometri biasa, m_{ij} seperti rumus berikut:

$$\lambda_{pq} = \frac{(2p+1)(2q+1)}{4} \left(\sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q c_{pi} c_{qj} m_{ij} \right) p, q = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Beberapa contoh pengiraan MOL daripada rumus di atas adalah:

$$\lambda_{00} = \frac{1}{4}m_{00}, \quad \lambda_{10} = \frac{3}{4}m_{10}, \quad \lambda_{11} = \frac{9}{4}m_{11} \text{ dan } \lambda_{12} = \frac{15}{8}(3m_{12} - m_{10}).$$

MOL memenuhi sifat fitur yang diperlukan kerana ia berkait secara langsung dengan momen geometri biasa. Dengan kata lain, sifat-sifat momen geometri yang berkait rapat dengan kedudukan, saiz dan bentuk objek adalah diwakili dalam MOL. Sifat keortogonalan dan selang nilai MOL yang kecil memenuhi ciri fitur yang baik untuk pengelasan. Dengan itu, kesan daripada aplikasi MOL adalah diharapkan kedudukan penumpang yang khusus boleh diketahui dan kelas bentuk penumpang yang umum boleh dibina [1].

4.0 METODOLOGI PENILAIAN DAN PENGELASAN FITUR

Suatu siri sembilan nilai MOL telah dijana daripada imej binari yang terhasil menggunakan atur cara C++. Nilai-nilai MOL itu umumnya dirujuk sebagai fitur-fitur λ_{00} , λ_{10} , λ_{01} , λ_{11} , λ_{20} , λ_{02} , λ_{12} , λ_{21} , dan λ_{22} dalam makalah ini. Gabungan fitur-fitur itu ke dalam suatu vektor untuk pengecaman dipanggil vektor fitur. Fitur-fitur itu dipilih berdasarkan ciri bahawa momen peringkat tinggi adalah lebih dipengaruhi oleh kesan hingar [19], dan mungkin sekali tidak diperlukan untuk pengecaman [19-20]. Jadi dikenal pasti sembilan fitur tersebut yang terbentuk daripada momen-momen geometri peringkat rendah, iaitu hanya m_{00} ke m_{22} [1], dipilih sebagai fitur untuk dinilai kesesuaianya. Prosedur penilaian fitur diterangkan di bawah. Jenis pengujian statistik yang digunakan turut dipengaruhi oleh kaedah analisis diskriminan linear Fisher [21], iaitu kaedah pengelasan yang dipilih untuk mengkaji kesesuaian fitur vektor tersebut. Analisis statistik dan diskriminan dilakukan menggunakan pakej SPSS [21-22].

Analisis diskriminan adalah suatu teknik statistik yang membenarkan penyelidik mengkaji perbezaan di antara dua atau lebih kumpulan atau kelas objek terhadap beberapa pemboleh ubah secara serentak. Ia menyediakan suatu cara untuk mengelaskan mana-mana kes baru kepada kelas yang paling serupa dengannya. Pada dasarnya, analisis diskriminan menggunakan data yang sudah dikelaskan kepada kelas tertentu untuk menghasilkan peraturan bagi pengelasan sebarang data baru [23]. Analisis diskriminan dibangunkan oleh R.A.Fisher yang berusaha untuk mencari penyelesaian dalam bidang antropologi dan biologi pada tahun 1936 [23-24]. Beliau mencadangkan pengelasan harus berdasarkan kepada suatu kombinasi linear pemboleh ubah diskriminan yang memaksimumkan perbezaan antara pelbagai kumpulan serta meminimumkan variasi di dalam satu-satu kumpulan itu [23,25-26]. Analisis diskriminan merupakan suatu kaedah yang teruji penggunaannya, dan merupakan suatu pilihan yang baik sebagai kaedah pengelasan pertama serta sebagai penanda aras [27-28]. Ia boleh memberikan gambaran awal kepada tahap pengelasan yang boleh dicapai secara berstatistik, dan seterusnya kaedah-kaedah yang lebih

terkini dan canggih seperti rangkaian neural atau pengelasan pokok boleh digunakan jika perlu.

Langkah pertama dalam prosedur ini ialah ujian Box-M yang dilaksanakan untuk menguji kehomogenan matriks kovarians. Ujian ini penting untuk menguji setiap kelas memenuhi andaian bahawa data tertabur secara multivariat normal, suatu andaian dalam analisis diskriminan. Bagaimanapun, analisis diskriminan adalah suatu kaedah yang teguh jikapun andaian tidak dipenuhi [29]. Jika andaian ini tidak dipenuhi, analisis seterusnya masih boleh dilaksanakan cuma menjadi lebih sukar untuk mewujudkan keputusan yang signifikan dalam langkah seterusnya [30-31].

Di samping itu, multikolinearan juga penting untuk diuji. Satu andaian penting dalam analisis diskriminan ialah tiada hubungan di kalangan pemboleh ubah tidak bersandar [31]. Kesan buruk masalah multikolinearan, iaitu apabila wujud korelasi yang sangat tinggi antara pemboleh-pemboleh ubah tidak bersandar, adalah ia boleh menyebabkan nilai anggaran parameter jauh berbeza daripada nilai yang sepatutnya.

Langkah berikutnya ialah menguji sama ada model diskriminan itu signifikan atau sebaliknya menerusi ujian F atau ujian Lambda Wilks. Jika ujian ini signifikan maka pemboleh ubah tidak bersandar akan dikaji untuk melihat yang mana paling signifikan ke atas min bagi setiap kelas. Ini penting untuk mengelaskan pemboleh ubah bersandar.

Fungsi diskriminan boleh ditentukan dengan dua cara, iaitu penganggaran serentak atau penganggaran langkah-demi-langkah. Di sini, penganggaran langkah-demi-langkah dipilih dan dilaksanakan menggunakan pendekatan Jarak Mahalanobis. Jarak Mahalanobis ialah jarak antara data dengan titik tengah setiap kelas. Setiap data mempunyai satu jarak Mahalanobis ke setiap kelas, dan oleh itu akan dikelaskan ke dalam kelas yang mempunyai jarak Mahalanobis minimum, iaitu kelas terdekat. Jarak Mahalanobis menggunakan pengukuran sisihan piawai dari titik tengah, jadi data yang mempunyai nilai lebih daripada 1.96 kali jarak Mahalanobis dari titik tengah, peluang untuk dikelaskan ke dalam kelas itu adalah kurang daripada 0.05 [29].

Fungsi kanonikal diskriminan boleh diwakili oleh persamaan linear seperti berikut $L_i = b_{i1}x_1 + b_{i2}x_2 + \dots + b_{in}x_n + c$ dengan b mewakili pekali diskriminan dan c pemalar. Fungsi ini diperoleh jika nisbah F dalam analisis varians adalah maksimum dan L_i tidak berkorelasi bagi setiap kelas. Setiap kelas dapat dikelaskan dengan baik menggunakan persamaan linear ini jika nilai min sangat berbeza di antara kelas tetapi nilai min hampir malar di dalam setiap kelas.

Secara amnya, bilangan fungsi kanonikal diskriminan yang diperlukan boleh dicapai melalui perbandingan minimum di antara $m - 1$ dan p dengan m ialah bilangan pemboleh ubah bersandar dan p bilangan pemboleh ubah tidak bersandar. Nilai eigen mencerminkan nisbah kepentingan bagi setiap fungsi diskriminan. Jika terdapat lebih daripada satu fungsi diskriminan, maka nilai eigen pertama yang

terbesar mewakili fungsi diskriminan yang terpenting. Selanjutnya, nilai eigen kedua terbesar dianggap fungsi diskriminan kedua terpenting dan begitulah seterusnya.

Kolerasi turut memainkan peranan penting dalam analisis diskriminan kerana digunakan untuk menyiasat kekuatan hubungan di antara pasangan pemboleh ubah. Koefisien kolerasi lebih berguna berbanding dengan kovarians kerana ia hanya tertabur dalam suatu selang yang kecil dan terhingga, iaitu $[-1, 1]$. Setiap koefisien korelasi adalah suatu penganggar kekuatan hubungan di antara pasangan pemboleh ubah di dalam kelas. Nilai korelasi ini adalah berbeza daripada korelasi keseluruhan kerana nilai ini dipengaruhi oleh pasangan kelas. Oleh itu jika diandaikan bahawa kes data adalah diambil daripada populasi yang sama atau kelas populasi yang mempunyai corak penyerakan yang sama, maka korelasi di dalam kelas adalah penganggar yang lebih baik berbanding dengan korelasi keseluruhan.

Kelas sentroid merupakan nilai min untuk skor fungsi diskriminan sesuatu kelas itu. Oleh itu, kajian ini mempunyai sepuluh kelas sentroid. Ini bertujuan untuk mengetahui kelas mana yang paling diskriminan di antara fungsi-fungsi tersebut. Sesuatu data itu akan diumpukan ke dalam kelas yang sesuai berdasarkan penghampiran jarak skor diskriminan. Dengan itu penyelidik dapat mengesan data yang mengalami salah pengumpukan dalam pengelasan [23]. Ini boleh dilihat dengan jelas melalui penaburan data secara grafik.

Langkah terakhir yang dijalankan ialah kaedah pengesahan silang, iaitu satu kaedah yang kerap digunakan dalam pengesahan fungsi diskriminan [18]. Ia melibatkan dua fasa kerja, iaitu latihan untuk membina fungsi diskriminan, dan kemudiannya fasa pengesahan untuk menentusahkan pencapaian fungsi tersebut. Bagaimanapun, proses pengelasan menggunakan kaedah pengesahan silang ini membolehkan kesemua data yang ada diguna untuk latihan, dan juga dalam pengesahan, dengan menggunakan skim keluarkan-satu data pada setiap fasa latihan dan pengesahan itu. Kebaikan utama kaedah ini adalah selain daripada memaksimumkan penggunaan data yang ada, ia tetap menghasilkan suatu anggaran tak-bersandar akan keupayaan pengelasan yang terhasil. Dengan kata lain, keupayaan pengitlakan pengelas yang terhasil adalah tetap sama.

5.0 KEPUTUSAN UJI KAJI

Bahagian ini membincangkan hasil keputusan analisis yang telah dilaksanakan.

5.1 Menguji Kehomogenan Matrik Kovarians

Daripada Jadual 1, wujud perbezaan yang signifikan ($\text{nilai-}p < 0.0005$) ke atas matrik kovarians di antara kesepuluh kelas tersebut. Oleh itu, ia adalah bercanggah dengan andaian analisis diskriminan. Bagaimanapun analisis diskriminan adalah bersifat teguh, maka penganalisisan selanjutnya masih boleh dijalankan walaupun andaian analisis diskriminan tidak dipenuhi dengan syarat data tidak mengandungi data

Jadual 1 Hasil ujian Box-M ke atas kelas-kelas data

Box-M	27102.864
F	65.089
Darjah kebebasan 1	405
Darjah kebebasan 2	1492336
Nilai- p	0.000

terpencil dan saiz sampel yang besar. Percanggahan andaian ini mungkin disebabkan oleh penyimpangan dan sisihan yang berlaku akibat daripada bilangan sampel yang terlalu besar [29, 31]. Oleh yang demikian, kerja analisis masih boleh diteruskan walaupun matrik kovarians tidak homogen.

5.2 Menguji Multikolinearan

Jika nilai tolerens lebih besar daripada 0.10 maka tidak wujud multikolinearan. Perhatikan nilai-nilai tolerens di dalam Jadual 2 adalah lebih besar daripada 0.10 maka tidak wujud multikolinearan. Kesimpulannya, fitur-fitur adalah tidak bersandar antara satu sama lain. Andaian ini penting dalam analisis diskriminan.

Jadual 2 Nilai tolerens untuk ujian multikolinearan

Pemboleh Ubah Tidak Bersandar	Nilai Tolerens
λ_{00}	0.351
λ_{10}	0.420
λ_{01}	0.236
λ_{11}	0.222
λ_{20}	0.328
λ_{02}	0.357
λ_{12}	0.408
λ_{21}	0.235
λ_{22}	0.271

5.3 Menguji Perbezaan Signifikan ke atas Nilai Min Setiap Pemboleh Ubah Tidak Bersandar

Jadual 3 menunjukkan wujud perbezaan yang signifikan ke atas min bagi kesemua sembilan pemboleh ubah tidak bersandar. Jadual 4 pula menunjukkan analisis fitur menggunakan kaedah langkah-demi-langkah melalui pendekatan Jarak Mahalanobis. Pemboleh ubah tidak bersandar dengan jarak Mahalanobis yang terkecil merupakan pemboleh ubah tidak bersandar yang paling penting [29].

Jadual 3 Ujian lambda Wilks

Pemboleh Ubah Tidak Bersandar	Nilai Lambda	Nilai F	Nilai-p
λ_{00}	0.014	10160.537	0.000
λ_{10}	0.006	24925.841	0.000
λ_{01}	0.030	4558.527	0.000
λ_{11}	0.094	1366.526	0.000
λ_{20}	0.098	1294.556	0.000
λ_{02}	0.164	723.237	0.000
λ_{12}	0.181	639.813	0.000
λ_{21}	0.087	1492.558	0.000
λ_{22}	0.242	441.918	0.000

Jadual 4 Analisis fitur melalui kaedah jarak Mahalanobis

Langkah	Pemboleh Ubah	Jarak Mahalanobis	Antara kelas	Nilai-p
1	λ_{01}	0.243	<i>lean</i> dan <i>standard</i>	0.000
2	λ_{11}	2.302	<i>back left</i> dan <i>standard</i>	0.000
3	λ_{20}	6.681	<i>back left</i> dan <i>standard</i>	0.000
4	λ_{22}	13.485	<i>dashboard</i> dan <i>floor</i>	0.000
5	λ_{12}	17.664	<i>dashboard</i> dan <i>floor</i>	0.000
6	λ_{21}	21.917	<i>dashboard</i> dan <i>floor</i>	0.000
7	λ_{02}	23.805	<i>dashboard</i> dan <i>floor</i>	0.000
8	λ_{10}	24.012	<i>dashboard</i> dan <i>floor</i>	0.000
9	λ_{00}	24.012	<i>dashboard</i> dan <i>floor</i>	0.000

Merujuk kepada nilai kebarangkalian dalam Jadual 3, didapati kesemua sembilan fitur berbeza secara signifikan apabila ia dianalisis di antara kelas-kelas. Fitur λ_{01} merupakan penyumbang terbesar kepada model diskriminan dengan nilai jarak Mahalanobis 0.243, iaitu merujuk kepada jarak di antara kelas *lean* dan kelas *standard*. Ini bermaksud bahawa fitur λ_{01} memberikan perbezaan yang nyata di antara kedua-dua kelas tersebut.

Fitur λ_{00} pula boleh dianggap tidak memberikan sumbangan langsung kepada model diskriminan kerana nilai jarak Mahalanobisnya paling besar, iaitu 24.012. Pemboleh ubah ini dikatakan berbeza secara signifikan di antara kelas *dashboard* dan *floor*.

5.4 Menguji Perbezaan Signifikan di Antara Fungsi-Fungsi Diskriminan

Berdasarkan teori, bilangan fungsi diskriminan yang diterbitkan adalah minimum ($10 - 1, 9$), iaitu 9. Jadual 5 menunjukkan sembilan fungsi diskriminan telah dikenal pasti dan berbeza secara signifikan.

Jadual 5 Analisis diskriminan berdasarkan ujian lambda Wilks dan ujian khi kuasa dua

Pengujian fungsi	Lambda Wilks	Khi Kuasa Dua	d.k	Nilai-p
1 hingga 9	0.000	26323.902	81	0.000
2 hingga 9	0.000	17309.017	64	0.000
3 hingga 9	0.000	11129.735	49	0.000
4 hingga 9	0.003	7403.327	36	0.000
5 hingga 9	0.033	4347.258	25	0.000
6 hingga 9	0.234	1845.967	16	0.000
7 hingga 9	0.688	476.398	9	0.000
8 hingga 9	0.933	88.328	4	0.000
9	0.994	7.718	1	0.005

Jadual 5 mendapati bahawa nilai khi kuasa dua semakin berkurang apabila ujian diteruskan. Perhatikan pada pengujian fungsi diskriminan kedua hingga kesembilan, walaupun fungsi diskriminan pertama telah dikeluarkan daripada analisis, hasil ujian masih menunjukkan perbezaan signifikan ke atas pasangan seterusnya.

Oleh itu, perbezaan signifikan ke atas kesemua sembilan fungsi diskriminan ini bermaksudnya kesemuanya memainkan peranan penting dalam pengelasan.

5.5 Menguji Kesesuaian Model Diskriminan

Diketahui sebanyak sembilan fungsi diskriminan telah diterbitkan. Merujuk Jadual 6, fungsi diskriminan pertama berupaya menerangkan varians sebanyak 87.9% manakala baki varians 12.1% diterangkan oleh fungsi diskriminan yang lain. Jumlah varians bagi fungsi diskriminan pertama ialah $100\% (1.00^2 \times 100\%)$ dengan nilai eigennya yang tertinggi iaitu 1192.194. Ini menunjukkan bahawa fungsi diskriminan pertama telah menjalankan tugasnya dengan baik sekali bagi tujuan pengelasan

Jadual 6 Nilai eigen fungsi-fungsi diskriminan

Fungsi diskriminan	Nilai Eigen	Peratus Varians	Peratus Kumulatif	Korelasi Kanonikal
1	1192.194	87.9	87.9	1.000
2	127.511	9.4	97.3	0.996
3	17.698	1.3	98.6	0.973
4	10.041	0.7	99.4	0.954
5	6.140	0.5	99.8	0.927
6	1.934	0.1	100.0	0.812
7	0.357	0.0	100.0	0.513
8	0.065	0.0	100.0	0.248
9	0.006	0.0	100.0	0.078

berbanding dengan fungsi diskriminan yang lain. Perhatikan bahawa enam fungsi diskriminan yang pertama sudah berupaya untuk mengumpukkan pemboleh ubah bersandar kepada kelas masing-masing. Ini kerana pada fungsi diskriminan keenam, peratus kumulatif telahpun mencapai 100% walaupun kesembilan-sembilannya adalah signifikan seperti perbincangan dalam seksyen sebelumnya. Pencapaian ini diperbincangkan dengan lebih jelas lagi dalam seksyen berikutnya.

5.6 Hubungan Fitur-Fitur Dengan Fungsi Diskriminan

Jadual 7 mempersebahkan nilai pekali-pekali bagi setiap fungsi diskriminan. Ia jelas menunjukkan bahawa fitur λ_{00} menyumbang utama kepada fungsi diskriminan pertama, fitur λ_{01} menyumbang utama kepada fungsi diskriminan kedua dan fungsi diskriminan kesembilan, fitur λ_{11} menyumbang utama kepada fungsi diskriminan keenam, fitur λ_{20} menyumbang utama kepada fungsi diskriminan kelima dan fitur λ_{02} menyumbang utama kepada fungsi diskriminan keempat. Sementara itu, fitur λ_{22} menyumbang utama kepada fungsi diskriminan ketiga, ketujuh dan kelapan.

Jadual 7 Pekali Fungsi Diskriminan

Pemboleh Ubah Tidak bersandar	Fungsi Diskriminan				
	1	2	3	4	5
λ_{00}	1.410	0.395	-0.324	-0.375	0.240
λ_{10}	1.226	-0.478	0.023	0.329	-0.526
λ_{01}	1.289	1.269	-0.152	0.364	0.081
λ_{11}	1.216	0.236	1.042	-0.096	0.404
λ_{20}	0.729	-0.839	0.119	-0.108	1.173
λ_{02}	1.012	0.578	0.567	-0.960	-0.012
λ_{12}	0.431	0.257	0.898	0.204	-0.434
λ_{21}	0.602	1.238	0.010	0.457	-0.767
λ_{22}	-0.035	-0.480	1.252	0.689	0.572

Pemboleh Ubah Tidak bersandar	Fungsi Diskriminan			
	6	7	8	9
λ_{00}	-0.159	-0.238	0.267	-0.500
λ_{10}	0.494	0.037	-0.069	0.111
λ_{01}	0.299	0.320	-0.311	0.721
λ_{11}	-1.158	0.014	0.578	0.164
λ_{20}	-0.244	0.153	0.401	0.413
λ_{02}	0.167	0.358	0.187	0.075
λ_{12}	0.870	-0.379	-0.508	0.070
λ_{21}	1.007	0.040	0.550	0.486
λ_{22}	-0.340	0.391	0.844	-0.327

Jadual 8 adalah keputusan kelas centroid, iaitu nilai min untuk skor fungsi diskriminan. Fungsi diskriminan pertama berjaya memisahkan kelas-kelas tersebut kepada dua kumpulan utama. Kumpulan pertama terdiri daripada *lean*, *back left*, *hand*, *back right* dan *standard* dan kumpulan kedua terdiri daripada *dashboard*, *floor*, *radio*, *turn left* dan *turn right*. Di sini kelas *floor* mewakili min skor tertinggi atau paling diskriminan berbanding dengan kelas lain.

Pada fungsi diskriminan kedua, kelas *hand* paling diskriminan untuk kumpulan pertama manakala kelas *turn left* dan *turn right* paling diskriminan untuk kumpulan kedua. Ini bermakna pada fungsi diskriminan kedua, empat kumpulan berjaya dibentuk iaitu kumpulan pertama terdiri daripada *lean*, *back left*, *back right* dan *standard*, kumpulan kedua terdiri *hand* sahaja, kumpulan ketiga *dashboard*, *floor* dan *radio*, kumpulan keempat *turn left* dan *turn right*. Di fungsi diskriminan ketiga, kumpulan pertama dari fungsi diskriminan kedua berjaya dipisahkan kepada dua kumpulan iaitu kumpulan pertama terdiri *lean* dan *back left* manakala kumpulan kedua terdiri *back right* dan *standard*. Untuk kumpulan ketiga dari

Jadual 8 Fungsi di Kelas Sentroid

Kelas	Fungsi di Kelas Sentroid				
	1	2	3	4	5
<i>lean</i>	-32.332	-8.111	3.185	2.155	-5.484
<i>back left</i>	-34.194	-3.064	8.056	-2.855	3.738
<i>hand</i>	-30.727	5.739	-5.947	-4.014	0.256
<i>back right</i>	-36.636	-1.099	-3.283	7.365	2.538
<i>standard</i>	-33.278	-1.453	-2.050	-3.191	-0.975
<i>dashboard</i>	42.615	-10.541	0.500	-0.585	0.900
<i>floor</i>	42.843	-7.412	3.488	1.168	-0.039
<i>radio</i>	36.427	-14.021	-5.990	-1.138	0.324
<i>turn left</i>	25.132	21.487	0.240	1.390	1.192
<i>turn right</i>	24.160	18.652	1.478	-0.400	-2.588

Kelas	Fungsi di Kelas Sentroid			
	6	7	8	9
<i>Lean</i>	0.773	0.100	-0.249	0.034
<i>back left</i>	0.441	0.562	-0.017	-0.002
<i>Hand</i>	-1.959	0.017	0.374	0.010
<i>back right</i>	-0.673	0.106	0.148	0.004
<i>Standard</i>	1.029	-0.949	0.446	-0.045
<i>Dashboard</i>	-0.623	-0.471	0.075	0.180
<i>floor</i>	-1.692	-0.550	-0.111	-0.146
<i>Radio</i>	1.847	0.940	-0.002	-0.053
<i>turn left</i>	2.194	-0.485	-0.265	0.005
<i>turn right</i>	-1.287	0.847	0.372	0.009

fungsi diskriminan kedua juga berjaya dipisahkan kepada dua kumpulan, iaitu *floor* mewakili satu kumpulan, manakala *dashboard* dan *radio* membentuk kumpulan yang satu lagi.

Ini bermakna pada fungsi diskriminan ketiga, enam kumpulan berjaya dibentuk, iaitu kumpulan pertama terdiri daripada *lean* dan *back left*, kumpulan kedua terdiri daripada *hand* sahaja, kumpulan ketiga terdiri daripada *back right* dan *standard*, kumpulan keempat diwakili oleh *floor*, kumpulan kelima diwakili oleh *dashboard* dan *radio*, kumpulan keenam terdiri daripada *turn left* dan *turn right*.

Perhatikan pada fungsi diskriminan keempat, sembilan kumpulan telah berjaya dibentuk. Setiap kelas mewakili kumpulan masing-masing kecuali *dashboard* dan *radio* berada di dalam kumpulan yang sama. Tidak ada sebarang perubahan pada fungsi diskriminan kelima, iaitu masih sembilan kumpulan. Pada fungsi diskriminan keenam, sepuluh kumpulan berjaya diterbitkan, iaitu setiap kelas mewakili kumpulan masing-masing. Ini menunjukkan bahawa fungsi diskriminan keenam berjaya mengasingkan kelas-kelas tersebut sepenuhnya. Ini memperkuatkan lagi kenyataan yang telah dibuat pada bahagian akhir seksyen 5.5.

5.7 Keputusan Pengelasan Data

Selain daripada menguji kepentingan suatu pemboleh ubah dalam model diskriminan, yang lebih penting adalah mengetahui sejauh manakah fitur-fitur ini dikelaskan ke dalam kelas yang sepatutnya. Skor diskriminan yang terhasil daripada fungsi diskriminan linear Fisher menentukan hasil pengelasan vektor fitur ke dalam kelas yang sesuai. Jadual 9 menunjukkan keputusan pengelasan fitur-fitur kajian ini.

Jadual 9 menjelaskan setiap kelas telah dikelaskan dengan begitu baik sekali, iaitu 100% ke dalam kelas yang sepatutnya. Keputusan ini menyokong objektif kajian, iaitu mengecam kelas kedudukan penumpang dengan betul. Ini diperkuatkan lagi melalui pengiraan ketepatan berkadar kebarangkalian [31]. Nilai ini boleh diperoleh dengan menguasanya dan menjumlah perkadarannya bagi setiap kelas yang diperoleh daripada jadual kebarangkalian prior. Oleh itu, nilainya bagi sepuluh kelas kajian kedudukan tersebut ialah $0.101^2 + 0.101^2 + 0.101^2 + 0.101^2 + 0.101^2 + 0.101^2 + 0.101^2 + 0.094^2 + 0.101^2 + 0.095^2 = 0.0995$. Seterusnya, nilai kriteria ketepatan berkadar kebarangkalian dapat dikira dan bernilai $1.25 \times 9.95\% = 12.4375\%$. Hasil analisis menunjukkan bahawa data telah dikelaskan 100%, iaitu nilai ini lebih besar daripada nilai kriteria ketepatan berkadar kebarangkalian. Oleh itu, kriteria ketepatan pengelasan dipenuhi. Kesimpulannya, MOL adalah suatu fitur yang boleh diterima pakai untuk pengelasan kedudukan penumpang yang dikaji.

Untuk memantapkan lagi keputusan pengelasan data, Ujian Kappa digunakan. Hasilnya, nilai Kappa bersamaan 1.0. Ini menunjukkan satu peramalan yang sempurna telah tercapai.

Jadual 9 Keputusan Pengelasan Fitur-Fitur

Kelas Asal		Hasil Pengelasan				
		lean	back left	hand	back right	standard
Frekuensi	<i>lean</i>	130	0	0	0	0
	<i>back left</i>	0	130	0	0	0
	<i>hand</i>	0	0	130	0	0
	<i>back right</i>	0	0	0	130	0
	<i>standard</i>	0	0	0	0	130
Peratusan	<i>lean</i>	100	0	0	0	0
	<i>back left</i>	0	100	0	0	0
	<i>hand</i>	0	0	100	0	0
	<i>back right</i>	0	0	0	100	0
	<i>standard</i>	0	0	0	0	100

Kelas Asal		Hasil Pengelasan				
		dashboard	floor	radio	turn left	turn right
Frekuensi	<i>dashboard</i>	130	0	0	0	0
	<i>floor</i>	0	130	0	0	0
	<i>radio</i>	0	0	121	0	0
	<i>turn left</i>	0	0	0	130	0
	<i>turn right</i>	0	0	0	0	122
Peratusan	<i>dashboard</i>	100	0	0	0	0
	<i>floor</i>	0	100	0	0	0
	<i>radio</i>	0	0	100	0	0
	<i>turn left</i>	0	0	0	100	0
	<i>turn right</i>	0	0	0	0	100

6.0 KESIMPULAN

Hasil kajian ini menunjukkan bahawa MOL merupakan suatu fitur yang boleh diterima pakai untuk membezakan imej-imej kedudukan penumpang kajian yang cuma sedikit berbeza di antara satu sama lain. Pengelasan telah dilakukan menggunakan analisis diskriminan linear Fisher yang tersedia dalam pakej SPSS. Analisis diskriminan linear merupakan pilihan yang diterima ramai sebagai suatu pengelas peringkat awal yang teruji dan lengkap teori penggunaannya. Walaupun pada peringkat awal analisis terdapat percanggahan terhadap andaian analisis diskriminan linear Fisher yang mana matrik kovariansnya adalah tidak homogen, namun umumnya hasil pengelasan dengan set data penilaian itulah penentu utama [31-32]. Menurut Altman [32], penyelidikan yang dilakukannya mendapati analisis diskriminan kuadratik jarang menunjukkan perbezaan yang ketara jika dibandingkan dengan analisis diskriminan linear Fisher. Kaedah pengelasan secara pengesahan-

silang yang diguna juga memastikan bahawa kesemua data yang ada digunakan semaksimum mungkin dalam penyelidikan ini. Hasil analisis diskriminan linear Fisher kajian ini dengan kadar pengelasan 100% menyokong penggunaan fitur MOL untuk pengelasan kedudukan penumpang yang dikaji. Oleh itu dapat disimpulkan bahawa MOL merupakan suatu fitur yang boleh diterima pakai untuk pengecaman kedudukan penumpang yang dikaji.

PENGHARGAAN

Penulis ingin merakamkan berbanyak terima kasih kepada *PSA Peugeot Citroen* yang telah menyediakan imej-imej yang digunakan, dan kepada pihak *Cranfield University* yang membenarkan imej-imej itu digunakan dalam makalah ini.

RUJUKAN

- [1] Lioung, C.-Y. 2001. *Investigation of Vision Based System for Passenger Position Recognition*. PhD Thesis. Cranfield University.
- [2] Gottschalk, M. A. 1997. Automotive Sensors: Sensors Make Cars Smarter. *DesignNews Magazine*. October 7 issue. <http://www.designnews.com/article/CA150635.html> (dilayari pada 12/01/2007).
- [3] Insurance Institute for Highway Safety. 1998. *About Your Airbags*. http://www.iihs.org/brochures/pdf/about_airbags_english.pdf. (dilayari pada 12/01/2007).
- [4] Levine, M. D. 1985. *Vision in Man and Machine*. New York: McGraw-Hill.
- [5] Brown, C. 1988. Introduction dlm. Brown, C., (Pnyt.). *Advances in Computer Vision*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [6] Davies, E. R. 1997. *Machine Vision*. Edisi kedua. San Diego: Academic Press.
- [7] Haddad, R. A. dan T. W. Parsons. 1991. *Digital Signal Processing: Theory, Applications and Hardware*. New York: W. H. Freeman and Co.
- [8] Jahne, B. 1997. *Digital Image Processing: Concepts, Algorithms and Scientific Applications*. Edisi keempat. Berlin: Springer-Verlag.
- [9] Jain, A. K. 1989. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [10] Liao, S. X. dan M. Pawlak. 1996. On Image Analysis by Moments. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 18(3): 254-266.
- [11] Prismall, S. P., M. S. Nixon dan J. N. Carter. 2003. Accurate Object Reconstruction by Statistical Moments. *Proceedings of VIE 2003*. Guildford, UK. 1-5.
- [12] Mukundan, R. dan K. R. Ramakrishnan. 1998. *Moment Functions in Image Analysis: Theory and Applications*. Singapore: World Scientific.
- [13] Prokop, R. J. dan A. P. Reeves. 1992. A Survey of Moment-Based Techniques for Unoccluded Object Representation and Recognition. *Graphical Model and Image Processing*. 54(5): 438-460.
- [14] Lubis, D. 1999. Moment Invariant as Visual Descriptor for Identification of Simple Engineering Objects. *Jurnal Teknologi*. 31(D): 1-14.
- [15] Masters, T. 1994. *Signal and Image Processing with Neural Networks*. New York: John Wiley.
- [16] Gonzalez, R. C. dan R. E. Woods. 2002. *Digital Image Processing*. Edisi kedua. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- [17] Masters, T. 1995. *Advanced Algorithms for Neural Networks*. New York: John Wiley and Sons.
- [18] Bishop, C. M. 1995. *Neural Networks for Pattern Recognition*. Oxford: Oxford University Press.
- [19] Teh, C. H. dan R. T. Chin. 1988. On Image Analysis by Method of Moments. *IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell.* 10(4): 496-513.
- [20] Flusser, J. dan T. Suk. 1993. Pattern Recognition by Invariant Moments. *Pattern Recognition*. 26(1): 167-174.

- [21] Green, S. B. dan N. J. Salkind. 2003. *Using SPSS for Windows and Macintosh: Analysing and Understanding Data*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- [22] Coakes, S. J. 2006. *SPSS Version 12.0 for Windows: Analysis Without Anguish*. Milton: John Wiley.
- [23] Klecka, W. R. 1980. *Discriminant Analysis*. Beverly Hills: Sage Publications.
- [24] Goldstein, M. dan W. R. Dillon. 1978. *Discrete Discriminant Analysis*. New York: John Wiley.
- [25] Lachenbruch, P. A. 1975. *Discriminant Analysis*. New York: Hafner Press.
- [26] Landau, S. dan B. S. Everitt B. S. 2003. *A Handbook of Statistical Analyses Using SPSS*. Boca Raton: CRC Press.
- [27] James, M. 1987. *Pattern Recognition*. Oxford: BSP Professional Books.
- [28] Duda, R. O., P. E. Hart dan D. G. Stork. 2001. *Pattern Classification*. New York: John Wiley.
- [29] Garson, D. 2002. *Discriminant Function Analysis*. North Carolina State University. <http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/discrim.htm> (dilayari pada 12/01/2007).
- [30] Manly, B. 1986. *Multivariate Statistical Methods: A Primer*. London: Chapman and Hall.
- [31] Hair, J. F., W. C. Black, B. J. Babin, R. E. Anderson dan R. L. Tatham. 2006. *Multivariate Data Analysis*. Edisi keenam. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- [32] Altman, N. 1996. *When to use quadratic discriminant function*. <http://www.math.yorku.ca/Who/Faculty/Monette/Ed-stat/0441.html> (dilayari pada 12/01/2007).