

GAMBARAN MENTAL DAN PERWAKILAN PELAJAR LEPASAN SIJIL PELAJARAN MALAYSIA TENTANG KONSEP FUNGSI

SUZIELEEZ SYRENE ABDUL RAHIM^{1*} & TAJULARIPIN SULAIMAN²

Abstrak. Kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti konsepsi pelajar lepasan Sijil Pelajaran Malaysia (SPM) tentang fungsi berlandaskan teori konstruktivisme. Subjek kajian terdiri daripada tiga orang pelajar lepasan SPM yang berumur 19 tahun. Data bagi kajian ini dikumpulkan dengan menggunakan teknik temuduga klinikal. Data yang diperolehi telah ditranskrip dan dianalisis bagi membuat rumusan dalam kajian ini. Lima jenis masalah yang dikemukakan semasa temu duga ialah gambaran mental, perwakilan, fungsi matematik, fungsi linear, dan fungsi kuadratik. Perbincangan dalam artikel ini akan hanya memberi tumpuan kepada gambaran mental dan perwakilan bagi fungsi. Kajian ini telah mengenal pasti empat jenis gambaran mental bagi fungsi matematik, iaitu hubungan antara dua pembolehubah, hubungan antara dua nombor, proses input dan output, dan kegunaan matematik dalam kehidupan seharian. Selain itu, enam jenis perwakilan yang digunakan oleh pelajar untuk menggambarkan fungsi matematik turut dikenal pasti, iaitu tatatanda $f(x)$, tatatanda $f:x \rightarrow$, graf, gambar rajah anak panah, jadual, dan persamaan “ $y =$ ungkapan dalam sebutan x ”.

Kata kunci: Konsepsi, konstruktivisme, pembelajaran matematik, temuduga klinikal, fungsi matematik, gambaran mental

Abstract. The purpose of this study is to identify post Sijil Pelajaran Malaysia (SPM) students' conceptions of functions based on the theory of constructivism. The subjects selected were three post SPM students aged 19 years old. Data collection for this study was done by using the clinical interview technique. The data collected was transcribed and analyzed to enable conclusions to be made. Five types of problems presented to the students during the interview were mental images, representations, functions, linear functions, and quadratic functions. The discussion in this article will focus on mental images and representations of functions. The study identified four types of mental image of a mathematical function, namely a relationship between two variables, a relationship between two numbers, an input and output process, and a mathematical application in everyday life. Furthermore, six forms of representations used by the students to illustrate mathematical functions were the symbol $f(x)$, the symbol $f:x \rightarrow$, graph, an arrow diagram, a table, and the equation “ $y =$ terms in x ”.

Keywords: Conception, constructivism, mathematics learning, clinical interview, mathematical function, mental image

¹ Cambridge A-Level, Taylor's College Subang Jaya, Selangor, Malaysia

² Fakulti Pengajian Pendidikan, Universiti Putra Malaysia, 43400 UPM Serdang, Selangor, Malaysia

* Penulis utama: E-mail: syrene82ar@yahoo.com

1.0 PENDAHULUAN

Pendidikan Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah (KBSM) di peringkat menengah atas bertujuan untuk memberi penekanan yang lebih meluas dan mendalam terhadap pengetahuan dan kemahiran kepada pelajar (Kementerian Pendidikan Malaysia, 1992). Bagi mata pelajaran matematik di peringkat menengah atas, dua jenis mata pelajaran matematik diajar iaitu Matematik KBSM yang merupakan satu daripada mata pelajaran teras, dan Matematik Tambahan KBSM yang merupakan satu mata pelajaran elektif dalam kumpulan vokasional dan teknologi (Kementerian Pendidikan Malaysia, 1992). Kurikulum Matematik KBSM telah digubal dengan tujuan untuk membekalkan pembelajaran dan pengajaran matematik yang menarik dan mencabar (Kementerian Pendidikan Malaysia, 1989).

Antara konsep matematik yang diberi perhatian dalam kandungan Matematik KBSM dan Matematik Tambahan KBSM ialah fungsi. Dalam Matematik KBSM, konsep fungsi mula diperkenalkan secara formal di tingkatan tiga, di bawah topik Graf Fungsi I. Topik Graf Fungsi I memperkenalkan pelajar kepada peranan fungsi dalam bidang algebra. Justeru, konsep fungsi diperkenalkan sebagai satu hubungan antara dua pembolehubah.

Topik Graf Fungsi I di tingkatan tiga ini seterusnya telah dilanjutkan ke dalam sukatan pelajaran Matematik KBSM tingkatan lima di bawah topik Graf Fungsi II. Topik ini lebih tertumpu pada perwakilan fungsi, iaitu graf. Pada umumnya, kemahiran utama dalam topik Graf Fungsi II ialah melukis dan melakar graf serta menyelesaikan masalah melalui kaedah graf.

Kandungan Matematik Tambahan KBSM pula merangkumi tiga topik yang memberi tumpuan kepada konsep fungsi secara formal. Ketiga-tiga topik tersebut ialah fungsi, fungsi kuadratik, dan fungsi trigonometri. Dalam topik fungsi, pelajar mempelajari konsep fungsi dengan lebih terperinci berbanding dengan apa yang telah mereka pelajari sewaktu di tingkatan tiga. Dalam topik ini, konsep fungsi dihuraikan dengan memberi penekanan kepada konsep set. Justeru dalam topik fungsi, fungsi dinyatakan sebagai suatu hubungan khas antara dua set. Seterusnya, pelajar akan mempelajari dua fungsi yang khusus, iaitu fungsi kuadratik dan fungsi trigonometri.

Pada umumnya, konsep fungsi merupakan satu konsep yang penting dalam mata pelajaran matematik (Dreyfus dan Eisenberg, 1982; Ponte, 1987; Willoughby, 1997; Zaslavsky, 1997). Justeru di Amerika Syarikat, konsep fungsi diperkenalkan dalam kurikulum matematik dari gred lima hingga gred lapan. Konsep tersebut dilanjutkan ke dalam kurikulum matematik untuk gred sembilan hingga gred dua belas (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Dalam kurikulum matematik negara-negara lain, konsep fungsi merupakan konsep matematik yang diberi tumpuan khusus di peringkat sekolah menengah (Leinhardt, Zaslavsky dan Stein, 1990; Zaslavsky, 1997).

Begitu juga di Malaysia, konsep fungsi turut diberi penekanan penting dalam kurikulum matematik, terutamanya di peringkat menengah. Kesimpulannya, di

Malaysia konsep fungsi telah diperkenalkan dalam Matematik KBSM tingkatan tiga dan kemudiannya dilanjutkan ke dalam Matematik Tambahan KBSM serta Matematik KBSM tingkatan lima.

1.1 Teori Konstruktivisme

Piaget (1970) telah mengajukan kerangka epistemologi genetik yang menjadi landasan bagi konstruktivisme. Beliau berpendapat bahawa pengetahuan manusia bersifat aktif kerana pengetahuan merupakan hasil daripada pembinaan berterusan. Menurut Nik Azis (1986), konstruktivisme menganggap pembelajaran sebagai hasil daripada usaha pelajar itu sendiri. Pembelajaran dilihat sebagai proses yang melibatkan aktiviti interaktif, di mana pelajar mengumpul, memilih, memproses, dan menyimpan maklumat berasaskan keadaan pemikiran semasa mereka (Nik Azis, 1999b). Justeru, pengetahuan matematik milik guru tidak dipindahkan secara sempurna kepada pelajar.

Menurut von Glasersfeld (1987b), konsepsi merupakan suatu binaan yang dihasilkan secara dalaman. Beliau menerangkan bahawa konsepsi merupakan hasil pengabstrakan terhadap unsur-unsur yang telah disusun dan diorganisasikan di tahap pengalaman. Pendek kata, konsepsi merujuk idea yang dipunyai seseorang tentang sesuatu.

Menurut von Glasersfeld (1987a) lagi, konsepsi pelajar dan guru tentang sesuatu perkara adalah berbeza. Justeru, pengetahuan matematik milik pelajar dikatakan tidak sepadan dengan pengetahuan matematik milik guru. Pengajaran guru mempengaruhi apa yang dipelajari oleh pelajar, tetapi tidak menentukan apa yang sebenarnya dibina oleh pelajar (Steffe, Cobb dan von Glasersfeld; 1988). Menurut ahli konstruktivisme, pengajaran matematik bermatlamat mengembangkan kefahaman pelajar tentang matematik (Nik Azis, 1999b).

Menurut von Glasersfeld (1995), terdapat dua prinsip asas konstruktivisme. Prinsip pertama menyatakan bahawa pelajar tidak menerima pengetahuan secara pasif dari persekitarannya, tetapi membinanya secara aktif. Prinsip kedua pula menyatakan bahawa realiti yang dipunyai oleh pelajar adalah realiti yang dibinanya sendiri. Beliau menjelaskan bahawa bagi prinsip kedua ini, peranan kognisi adalah untuk mengorganisasikan pengalaman pelajar dan bukan berperanan untuk membantu pelajar menemui realiti ontologi. Menurut konstruktivisme, pelajar membina sendiri pengetahuan melalui tiga aktiviti asas, iaitu penglibatan aktif, refleksi, dan pengabstrakan (Nik Azis, 1996; Nik Azis, 1999a).

Konstruktivisme memberi tumpuan kepada cara individu membina pengetahuan yang berdaya maju (Nik Azis, 1999b). Beliau menjelaskan bahawa pengetahuan berdaya maju ini merupakan pengetahuan yang membolehkan individu tersebut mencapai matlamat dalam konteks yang berbeza-beza. Justeru itu, fokus pengajaran matematik berlandaskan konstruktivisme adalah untuk membimbing pelajar membina pengetahuan matematik yang berdaya maju. Menurut beliau lagi, perkara yang menjadi fokus kepada proses pertumbuhan dan perkembangan dalam pengajaran matematik

adalah struktur konsepsi yang dipunyai oleh pelajar. Justeru, fokus bagi kajian yang dijalankan ini adalah terhadap konsepsi yang dipunyai oleh pelajar tentang fungsi dan makna yang dipunyai oleh pelajar tentang fungsi sewaktu mentafsir masalah yang berkaitan dengan fungsi algebra.

Menurut konstruktivisme, pengetahuan matematik yang dimiliki pelajar hanya dapat diketahui oleh penyelidik menerusi tafsirannya terhadap bahasa dan tindakan pelajar itu (Nik Azis, 1999b). Dalam kajian yang dijalankan, tafsiran pengkaji terhadap tingkah laku berbahasa dan tanpa bahasa yang dipaparkan oleh pelajar membantu dalam mengenal pasti konsepsi pelajar tentang fungsi.

1.2 Kepentingan dan Kesukaran Konsep Fungsi

Breslich (1966) berpendapat bahawa pemikiran fungsian (*functional thinking*) sangat penting untuk membolehkan seseorang benar-benar memahami dan menghayati matematik. Menurut beliau lagi, pemikiran fungsian dapat dibentuk di kalangan pelajar sekiranya konsep fungsi diterapkan dalam pengajaran dan pembelajaran topik-topik matematik merentas pelbagai bidang matematik seperti algebra, geometri, dan trigonometri.

Satu lagi sebab mengapa konsep fungsi merupakan satu konsep matematik yang penting dan berguna ialah konsep ini mempunyai sifat “mengaitkan” (Dreyfus dan Eisenberg, 1982; Ferrini-Mundy dan Graham, 1990). Menurut Dreyfus dan Eisenberg (1982), konsep fungsi saling menghubungkan algebra, trigonometri, dan geometri. Piawai Kurikulum dan Penilaian untuk Matematik Sekolah yang dikeluarkan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (1989) menekankan kepentingan konsep yang bersifat “mengaitkan”. Justeru itu, *National Council of Teachers of Mathematics* mengesyorkan supaya kurikulum matematik sekolah menengah digubal berpusatkan konsep fungsi.

Walaupun konsep fungsi merupakan satu konsep matematik yang penting dan berguna tetapi pelajar menghadapi kesukaran untuk memahami konsep tersebut (Thomas, 1975; Dreyfus dan Eisenberg, 1983). Ini disebabkan konsep fungsi merupakan satu konsep yang kompleks (Dreyfus dan Eisenberg, 1982; Selden dan Selden, 1992) yang mempunyai beberapa subkonsep yang saling berkaitan seperti domain, pembolehubah, imej, dan julat. Ia juga boleh menghubungkan topik-topik yang diandaikan tiada kaitan antara satu sama lain seperti geometri dan algebra serta aritmetik dan algebra; dan suatu fungsi boleh diwakili dengan pelbagai perwakilan seperti jadual, graf, dan formula.

Freudenthal (1983) berpendapat bahawa pembelajaran konsep fungsi melibatkan aktiviti mental seperti membuat pernyataan, membuat taakulan, dan membentuk hubungan antara pembolehubah. Menurut beliau, aktiviti mental ini merupakan asas dalam penggunaan konsep fungsi. Burton (1984) pula berpendapat bahawa pemikiran fungsian melibatkan kebolehan membuat andaian tentang hubungan antara pembolehubah, menguji dan jika perlu, memperbaiki andaian-andaian tersebut.

Vollrath (1986) telah menyokong kedua-dua pendapat ini dengan membuat kesimpulan bahawa pembelajaran konsep fungsi dan kemahiran menggunakan fungsi dalam penyelesaian masalah memerlukan kebolehan mental yang mempunyai dua ciri berikut: (a) perkaitan antara pembolehubah dapat dinyatakan, ditaakul, serta dibentuk, dan (b) andaian-andaian tentang perkaitan ini dapat dibentuk, diuji, dan diperbaiki.

Konsep fungsi merupakan satu konsep matematik yang penting tetapi sukar difahami oleh para pelajar. Kajian yang telah dijalankan ini bertujuan untuk mengenal pasti konsepsi pelajar tentang fungsi. Maklumat yang diperolehi dari dapatan kajian ini diharap dapat membantu para guru matematik memahami konsepsi yang dibina oleh pelajar tentang konsep fungsi serta menentukan kaedah pengajaran yang sesuai untuk membantu para pelajar menguasai konsep tersebut.

1.3 Pernyataan Masalah

Menurut Leinhardt, Zaslavsky, dan Stein (1990), kajian tentang fungsi semakin mendapat perhatian masyarakat pendidik. Ini disebabkan wujud kesedaran tentang kesukaran pelajar untuk menguasai konsep tersebut dan kepentingan sifat “mengaitkan” yang dipunyai oleh konsep fungsi. Di samping itu, para pendidik juga mula menunjukkan minat terhadap konsep fungsi dari aspek bagaimana pelajar dapat memahami konsep fungsi, kemahiran pelajar dalam mewakili fungsi dengan pelbagai perwakilan, dan peranan fungsi dalam keseluruhan aspek pendidikan matematik peringkat menengah (Harvey, 1991).

Kebanyakan kajian yang telah dijalankan tentang fungsi bertumpu kepada beberapa aspek seperti pemahaman konsep fungsi (Goldberg, 1979; Marnyanskii, 1979), peringkat dalam pembelajaran konsep fungsi (Orton, 1971; Thomas, 1975; Leake, 1997), intuisi pelajar tentang fungsi (Dreyfus dan Eisenberg, 1982; Greeno, 1988), definisi bagi konsep fungsi (Vinner, 1983; Markovits, Eylon dan Bruckheimer, 1986; Vinner dan Dreyfus, 1989), graf dan fungsi (Ponte, 1987; Durham dan Osborne, 1991), fungsi linear (Markovits, Eylon dan Bruckheimer, 1983), kesan penggunaan komputer dalam pembelajaran dan pengajaran fungsi (Breidenbach, Dubinsky, Hawks dan Nichols, 1992; Schwarz dan Dreyfus, 1995; Borba dan Confrey, 1996; O’Callaghan, 1998), fungsi kuadratik (Zaslavsky, 1997), dan pemahaman serta penguasaan konsep fungsi para guru (Even, 1993; Wilson, 1994; Lloyd dan Wilson, 1998). Pada umumnya, kajian yang telah dijalankan ini adalah dari perspektif orang dewasa.

Walaupun terdapat banyak kajian yang dijalankan tentang konsep fungsi, tetapi masih terdapat beberapa persoalan yang belum dijawab dari perspektif pelajar. Antaranya adalah (a) apakah gambaran mental yang dipunyai oleh pelajar tentang konsep fungsi? dan (b) apakah cara yang digunakan oleh pelajar untuk mewakili fungsi? Metodologi yang dipilih untuk menjalankan kajian ini adalah berasaskan konstruktivisme kerana dianggap sesuai untuk membantu memperoleh jawapan kepada persoalan tersebut.

2.0 REKA BENTUK KAJIAN

Jenis reka bentuk kajian yang digunakan dalam kajian ini ialah kajian kes. Dalam kajian ini, gambaran mental merujuk imej yang terbentuk dalam fikiran seseorang secara spontan mengenai sesuatu yang dikaitkan dengan satu perkataan khusus yang dilafazkan kepadanya. Perwakilan pula merujuk cara atau simbol yang digunakan untuk melambangkan sesuatu.

Kaedah temu duga klinikal telah digunakan untuk mengumpul data dalam kajian ini. Setiap subjek kajian telah ditemuduga antara 40 minit hingga 60 minit. Data yang dikumpulkan dalam kajian ini bersifat kualitatif kerana data tersebut terdiri daripada transkripsi rakaman video, catatan pengkaji, dan jawapan bertulis serta gambar yang dilukis oleh pelajar. Data jenis ini dikumpulkan untuk menjawab persoalan kajian yang merangkumi aspek pengetahuan milik pelajar.

Data yang dikumpulkan telah ditranskripsikan kepada bentuk bertulis dengan mengambil kira tingkah laku pelajar yang tidak berbentuk lisan. Kemudian, data dalam bentuk transkripsi disusun dan diolah mengikut tema gambaran mental dan perwakilan bagi fungsi untuk tujuan memerihalkan tingkah laku pelajar tentang konsep fungsi. Seterusnya, satu analisis merentas pelajar dilakukan untuk setiap tema dengan tujuan untuk mengenal pasti corak respons pelajar.

2.1 Subjek Kajian

Subjek yang terlibat dalam kajian ini terdiri daripada tiga orang pelajar lepasan peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia (SPM) yang telah mengambil mata pelajaran Matematik dan Matematik Tambahan. Sewaktu kajian ini dijalankan, umur purata mereka adalah 19 tahun dan mereka baru mengikuti kursus matrikulasi atau pra-universiti. Sewaktu pengumpulan data, para pelajar ini belum mengikuti apa-apa kursus matematik yang berkaitan dengan konsep fungsi di institusi pengajian tinggi masing-masing.

2.2 Kaedah Temu Duga Klinikal

Kaedah temu duga klinikal yang telah diasaskan oleh Piaget (1929) digunakan untuk mengumpul data bagi kajian ini. Tujuan utama temu duga klinikal ialah untuk mengumpul data bagi menentukan pengetahuan seseorang individu tentang sesuatu dengan mengenal pasti konsepsi berkaitan yang dipunyai oleh individu tersebut (Posner dan Gertzog, 1982). Menurut von Glasersfeld (1987a), kaedah temu duga klinikal sesuai digunakan untuk mengumpulkan data bagi tujuan menentukan pengetahuan matematik yang dipunyai oleh kanak-kanak.

Secara umumnya, temu duga klinikal melibatkan tiga prosedur asas iaitu pemerhatian, penyoalan, dan penilaian (Nik Azis, 1996). Menurut Piaget (1929), dalam temu duga klinikal, pengkaji perlu melakukan pemerhatian sepanjang masa

kajian dijalankan. Sewaktu pelajar menyelesaikan masalah tertentu, pemerhatian pengkaji hendaklah bertumpu kepada tingkah laku pelajar yang berbentuk bahasa atau tanpa bahasa.

3.0 DAPATAN KAJIAN

Bahagian ini membincangkan dapatan kajian dalam dua bahagian iaitu gambaran mental yang dipunyai oleh subjek kajian tentang hubungan, hubungan matematik, pemetaan, fungsi, dan fungsi matematik serta perwakilan yang digunakan untuk melambangkan fungsi.

3.1 (a) Gambaran Mental – Hubungan

Pada umumnya, ketiga-tiga pelajar menggambarkan hubungan sebagai perkaitan antara dua unsur. Unsur di sini merujuk kepada benda atau orang, sementara perkaitan pula merujuk kepada pertalian, ikatan, komunikasi, dan sambungan. Ketiga-tiga pelajar masing-masing mempunyai lebih daripada satu gambaran mental tentang hubungan. Jadual 1 memaparkan rumusan gambaran mental pelajar tentang hubungan.

Terdapat lima jenis gambaran mental tentang hubungan yang membabitkan perkaitan antara dua benda, iaitu ikatan, pertalian, sambungan, komunikasi, dan kaitan. Dalam gambaran mental membabitkan hubungan sebagai kaitan antara dua benda, Ahmad melukis satu gambar rajah anak panah. Rajah ini terdiri daripada objek dan imej yang dihubungkan oleh dua anak panah yang berlawanan arah. Alan pula mempunyai empat gambaran mental tentang hubungan yang membabitkan perkaitan antara dua benda, sambungan antara dua benda, komunikasi antara dua benda, dan pertalian antara dua benda.

Gambaran mental tentang hubungan yang membabitkan orang terdiri daripada dua jenis, iaitu hubungan sebagai pertalian antara dua orang dan kaitan antara dua orang. Yati dan Ahmad menggambarkan hubungan sebagai kaitan antara dua orang. Bagi menjelaskan lagi gambaran tersebut, Yati memberikan contoh kaitan antara

Jadual 1 Gambaran mental tentang hubungan

Unsur	Gambaran mental	Subjek
Benda	Ikatan antara dua benda	Yati
	Pertalian antara dua benda	Alan
	Sambungan antara dua benda	Alan
	Komunikasi antara dua benda	Alan
	Kaitan antara dua benda	Ahmad, Alan
Orang	Kaitan antara dua orang	Ahmad, Yati
	Pertalian antara dua orang	Yati

seorang lelaki dan seorang perempuan manakala panggilan telefon antara dua orang merupakan contoh yang diberikan oleh Ahmad.

Yati seorang sahaja yang menggambarkan hubungan sebagai pertalian antara dua orang. Dalam hal ini, beliau memberi contoh yang membabitkan pertalian darah antara seorang ibu dan anak, serta pertalian antara ahli-ahli sebuah keluarga.

Pada umumnya, gambaran mental yang dipunyai oleh ketiga-tiga pelajar tersebut tentang hubungan membabitkan perkaitan yang bersifat hubungan satu kepada satu. Hubungan digambarkan sebagai perkaitan antara satu objek konkrit dengan satu objek konkrit yang lain.

3.1 (b) Gambaran Mental – Hubungan Matematik

Gambaran mental tentang hubungan matematik terbahagi kepada dua kategori utama, iaitu hubungan matematik sebagai satu formula dan hubungan matematik sebagai perkaitan antara dua anu. Jadual 2 memaparkan rumusan gambaran mental tentang hubungan matematik yang dipunyai oleh subjek kajian.

Ketiga-tiga subjek kajian masing-masing mempunyai hanya satu gambaran mental tentang hubungan matematik. Yati dan Alan menggambarkan hubungan matematik sebagai satu formula yang mengaitkan dua nombor. Alan menggambarkan hubungan matematik sebagai pertalian antara dua nombor.

Ahmad pula menggambarkan hubungan matematik sebagai perkaitan antara dua anu. Dalam contoh yang diberikan, anu dianggap sebagai pembolehubah atau nombor. Selain itu, beliau melukis satu rajah untuk menggambarkan hubungan matematik. Rajah tersebut terdiri daripada satu pembolehubah dan satu nombor yang dikaitkan oleh dua anak panah. Satu anak panah dilukis dari arah pembolehubah kepada nombor dan anak panah yang kedua dilukis dari nombor kepada pembolehubah. Ahmad menggambarkan kedua-dua anak panah tersebut sebagai mewakili hubungan matematik yang dianggap sebagai perkaitan dua hala.

Pada umumnya, ketiga-tiga pelajar menggambarkan hubungan matematik sebagai perkaitan antara dua objek yang bersifat abstrak. Kedua-dua objek tersebut dianggap sebagai pembolehubah atau nombor. Terdapat juga situasi di mana satu objek dianggap sebagai satu nombor dan satu lagi objek dianggap sebagai pembolehubah.

Jadual 2 Gambaran mental tentang hubungan matematik

Gambaran mental	Pelajar
Formula yang mengaitkan dua nombor	Yati
Perkaitan antara dua anu	Ahmad
Pertalian antara dua nombor	Alan

3.1 (c) Gambaran Mental – Matematik

Gambaran mental tentang pemetaan matematik terbahagi kepada tiga kategori utama, iaitu pemetaan matematik sebagai satu kawasan besar yang dibahagikan kepada beberapa kawasan kecil, pemetaan matematik sebagai satu cara mewakili fungsi, dan pemetaan matematik sebagai satu proses yang menghubungkan dua nombor. Jadual 3 memaparkan rumusan bagi gambaran mental yang dipunyai oleh subjek kajian tentang pemetaan matematik.

Ahmad menggambarkan pemetaan matematik sebagai satu kawasan besar yang mewakili satu kumpulan nombor dan kawasan besar ini dibahagikan kepada beberapa kawasan kecil. Kawasan kecil pula terdiri daripada kumpulan nombor yang mempunyai ciri-ciri tertentu. Alan pula menggambarkan pemetaan matematik sebagai satu proses yang menghubungkan dua nombor, iaitu satu nombor menghasilkan satu nombor yang lain melalui proses tersebut.

Jadual 3 Gambaran mental tentang pemetaan matematik

Gambaran mental	Pelajar
Kawasan besar yang dibahagikan kepada beberapa kawasan kecil	Ahmad
Proses yang menghasilkan satu nombor dari satu nombor yang lain	Alan
Satu cara untuk mewakili fungsi	Yati

Yati menggambarkan pemetaan matematik sebagai satu cara untuk mewakili fungsi. Beliau melukis satu gambar rajah anak panah untuk menggambarkan pemetaan matematik. Rajah tersebut terdiri daripada dua set nombor di mana setiap nombor dalam set pertama dihubungkan kepada satu nombor dalam set kedua oleh satu anak panah.

Terdapat dua gambaran mental yang umum tentang pemetaan matematik. Dalam gambaran mental yang pertama, pemetaan matematik dilihat sebagai suatu yang bersifat fizikal. Dalam hal ini, pemetaan matematik digambarkan sebagai satu kawasan yang besar yang dibahagikan kepada beberapa kawasan yang kecil. Gambaran mental yang kedua tentang pemetaan matematik pula membabitkan gambaran suatu yang bersifat abstrak. Pemetaan matematik dilihat sebagai satu proses atau satu jenis perwakilan.

3.1 (d) Gambaran Mental – Fungsi

Terdapat dua jenis gambaran mental tentang fungsi. Pertama, fungsi digambarkan sebagai perkaitan satu hala antara objek dan imej. Gambaran jenis kedua

Jadual 4 Gambaran mental tentang fungsi

Gambaran mental	Pelajar
Perkaitan satu hala antara objek dan imej	Ahmad
Kegunaan sesuatu benda	Yati, Alan

membabitkan fungsi sebagai kegunaan sesuatu benda. Jadual 4 memaparkan rumusan bagi gambaran mental tentang fungsi yang dipunyai oleh pelajar.

Ahmad seorang sahaja yang menggambarkan fungsi sebagai perkaitan satu hala antara objek dan imej. Bagi menjelaskan gambaran tersebut, beliau melukiskan satu rajah yang terdiri daripada objek dan imej yang dihubungkan oleh satu anak panah. Anak panah yang digambarkan sebagai perkaitan antara dua unsur tersebut dilukis dari arah objek kepada imej.

Gambaran mental yang dipunyai oleh Alan dan Yati tentang fungsi membabitkan kegunaan benda tertentu. Mereka memberikan beberapa contoh bagi menjelaskan lagi gambaran mereka tentang fungsi. Kesemua contoh tersebut merujuk suatu yang konkrit serta menjelaskan kegunaan benda konkrit tersebut. Antara contoh yang diberikan adalah pen dan kereta. Mereka menjelaskan bahawa pen digunakan untuk menulis dan kereta digunakan untuk bergerak dari satu tempat ke tempat lain. Kegunaan benda konkrit itu merujuk fungsinya.

3.1 (e) Gambaran Mental – Fungsi Matematik

Pada umumnya, ketiga-tiga pelajar mempunyai gambaran mental yang berbeza tentang fungsi matematik. Terdapat enam jenis gambaran mental tentang fungsi matematik. Ahmad mempunyai satu gambaran mental sahaja tentang fungsi matematik, Yati mempunyai tiga gambaran mental, dan Alan mempunyai dua gambaran mental tentang fungsi matematik. Jadual 5 memaparkan rumusan gambaran mental tentang fungsi matematik yang dipunyai oleh subjek kajian.

Ahmad menggambarkan fungsi matematik sebagai perkaitan satu hala antara dua unsur, iaitu objek dan imej. Objek dan imej terdiri daripada pembolehubah atau nombor. Menurut beliau, setiap objek dihubungkan kepada hanya satu imej. Ahmad menjelaskan lagi bahawa dua objek yang berbeza boleh berkongsi imej yang sama.

Yati pula mempunyai tiga gambaran mental tentang fungsi matematik. Pertama, Yati menggambarkan fungsi matematik sebagai satu subjek dalam mata pelajaran matematik. Gambaran mental yang kedua pula membabitkan fungsi matematik sebagai satu formula yang mengaitkan $f(x)$ dan x . Ketiga, Yati menggambarkan fungsi matematik sebagai satu cara untuk menyelesaikan masalah. Dalam hal ini, beliau memberikan contoh formula pecutan dalam fizik sebagai satu fungsi matematik yang digunakan untuk mencari pecutan dalam satu situasi yang melibatkan pergerakan.

Jadual 5 Gambaran mental tentang fungsi matematik

Pelajar	Gambaran mental
Ahmad	Perkaitan satu hala antara dua pembolehubah atau dua nombor
Yati	Satu subjek dalam mata pelajaran matematik Satu formula yang mengaitkan $f(x)$ dan x Satu cara untuk menyelesaikan masalah
Alan	Kegunaan atau sumbangan matematik dalam kehidupan seharian Satu proses yang menukarkan satu nombor kepada satu nombor lain melalui operasi matematik

Alan mempunyai dua gambaran mental tentang fungsi matematik. Pertama, Alan menggambarkan fungsi matematik sebagai satu proses yang menukarkan satu nombor kepada satu nombor lain melalui operasi matematik. Gambaran mental kedua pula merujuk fungsi matematik sebagai kegunaan atau sumbangan matematik dalam kehidupan seharian.

3.2 Perwakilan

Bahagian ini membincangkan perwakilan yang digunakan oleh ketiga-tiga subjek kajian untuk menggambarkan suatu fungsi matematik. Terdapat enam jenis perwakilan yang telah ditunjukkan oleh Alan, Yati, dan Ahmad. Keenam-enam jenis perwakilan tersebut boleh dibahagikan kepada tiga kategori umum iaitu simbol, jadual, dan gambar. Jadual 6 memaparkan rumusan bagi jenis perwakilan yang digunakan oleh ketiga-tiga subjek kajian.

Jenis perwakilan dalam kategori simbol merupakan perwakilan yang berbentuk $f:x \rightarrow$, $f(x)$, dan $y = \text{ungkapan dalam sebutan } x$. Ketiga-tiga subjek kajian telah menggunakan perwakilan tatatanda $f(x)$, tetapi bagi tatatanda $f:x \rightarrow$ pula, hanya Alan dan Yati yang menggunakannya. Perwakilan berbentuk $y = \text{ungkapan dalam sebutan } x$ digunakan oleh Alan dan Ahmad.

Jenis perwakilan dalam kategori gambar pula membabitkan penggunaan graf dan gambar rajah anak panah. Dalam kategori ini, graf merupakan perwakilan yang dominan berbanding gambar rajah anak panah kerana ketiga-tiga subjek kajian telah menggunakan perwakilan jenis ini. Secara umumnya, dua jenis graf dilukis oleh Ahmad, Alan, dan Yati. Jenis pertama merupakan graf berbentuk garis lurus dan graf jenis kedua merupakan graf melengkung. Graf melengkung yang telah dilukis berbentuk seperti \cup atau \cap . Gambar rajah anak panah pula digunakan oleh Yati dan Alan sahaja. Bagi perwakilan ini, dua set yang masing-masing mengandungi unsur dilukis dan setiap unsur dalam set yang pertama dihubungkan kepada satu unsur dalam set kedua dengan anak panah.

Jadual 6 Perwakilan bagi fungsi

Jenis perwakilan	Pelajar
Tatatanda $f(x)$	Ahmad, Yati, Alan
$y =$ ungkapan dalam sebutan x	Ahmad, Alan
Tatatanda $f:x \rightarrow$	Yati, Alan
Bentuk graf	Ahmad, Yati, Alan
Gambar rajah anak panah	Yati, Alan
Bentuk jadual	Alan

Kategori terakhir bagi perwakilan suatu fungsi membabitkan penggunaan jadual. Alan seorang sahaja yang menggunakan perwakilan jenis ini. Dalam perwakilan jenis berbentuk jadual, nilai bagi x dan $f(x)$ dijadualkan. Jadual tersebut terbahagi kepada dua lajur, iaitu lajur bagi nilai x dan lajur bagi nilai $f(x)$. Perwakilan jenis jadual memaparkan nilai x dan nilai $f(x)$ yang sepadan dengannya.

Secara umumnya, terdapat dua jenis perwakilan yang dominan, iaitu tatatanda $f(x)$ dan graf. Ketiga-tiga subjek kajian telah menggunakan kedua-dua perwakilan ini.

4.0 PERBINCANGAN DAN RUMUSAN

Tumpuan bahagian ini ialah untuk membincangkan hasil dapatan kajian mengenai gambaran mental dan perwakilan yang dibentuk oleh subjek kajian.

4.1 Gambaran Mental

Gambaran mental merujuk imej yang terbentuk oleh seseorang dalam fikirannya secara spontan mengenai sesuatu yang dikaitkan dengan satu perkataan khusus yang dilafazkan kepadanya. Dalam hal ini, pelajar diminta menyatakan gambaran mental yang terbentuk bagi istilah hubungan, hubungan matematik, pemetaan matematik, fungsi, dan fungsi matematik.

Pada umumnya, pelajar menggambarkan hubungan sebagai ikatan, pertalian, sambungan, komunikasi, sambungan, dan kaitan antara dua benda atau dua orang. Mereka menggambarkan hubungan sebagai hubungan satu kepada satu antara satu objek konkrit dengan satu objek konkrit yang lain.

Ini berbeza dengan gambaran mental bagi hubungan matematik, di mana hubungan matematik digambarkan sebagai formula antara dua nombor atau perkaitan antara dua anu. Anu dianggap sebagai nombor atau pembolehubah oleh pelajar. Justeru, gambaran mental pelajar tentang hubungan matematik membabitkan perkaitan antara dua objek yang bersifat abstrak.

Perbezaan antara gambaran mental pelajar tentang hubungan dan hubungan matematik ialah hubungan digambarkan sebagai perkaitan antara dua objek konkrit, manakala hubungan matematik pula digambarkan sebagai perkaitan antara dua objek yang bersifat abstrak.

Gambaran mental yang membabitkan pemetaan matematik dibahagikan kepada dua kategori utama iaitu, pemetaan matematik sebagai satu kawasan besar yang mewakili sekumpulan nombor dan pemetaan matematik sebagai satu kaedah. Gambaran mental jenis pertama bagi pemetaan matematik membabitkan satu kawasan yang besar yang mewakili satu kumpulan nombor. Kawasan besar ini kemudiannya terbahagi kepada beberapa kawasan kecil yang mewakili satu kumpulan nombor yang mempunyai ciri-ciri yang khusus. Gambaran mental jenis kedua pula menggambarkan pemetaan matematik sebagai satu kaedah untuk menghasilkan satu nombor daripada satu nombor yang lain atau satu kaedah untuk mewakili fungsi.

Gambaran mental untuk fungsi membabitkan dua perkara. Pertama, fungsi digambarkan sebagai perkaitan antara dua unsur. Kedua-dua unsur ini merupakan objek dan imej, iaitu kedua-duanya bersifat abstrak. Kedua, gambaran mental tentang fungsi membabitkan kegunaan benda konkrit tertentu. Contoh yang diberikan adalah seperti kereta dan pen.

Gambaran mental bagi fungsi matematik pula terbahagi kepada empat kategori utama iaitu, perkaitan antara dua unsur, suatu subjek dalam matematik, kegunaan, dan kaedah. Pertama, fungsi matematik digambarkan sebagai perkaitan antara dua unsur yang bersifat abstrak. Unsur ini mungkin pembolehubah atau nombor. Selain itu, fungsi matematik turut digambarkan sebagai satu formula antara x dan $f(x)$.

Kedua, fungsi matematik juga digambarkan sebagai satu topik atau subjek dalam mata pelajaran matematik. Ketiga, fungsi matematik digambarkan sebagai satu kaedah. Pelajar menggambarkan fungsi matematik sebagai satu cara untuk menyelesaikan masalah atau menghasilkan satu nombor daripada satu nombor yang lain. Gambaran mental yang keempat tentang fungsi matematik membabitkan kegunaan atau sumbangan matematik dalam kehidupan seharian.

4.2 Perwakilan

Dalam mewakili suatu fungsi matematik, pelajar menggunakan dua jenis perwakilan. Perwakilan jenis pertama berbentuk simbol dan perwakilan jenis kedua berbentuk gambar. Perwakilan berbentuk simbol terbahagi kepada tiga, iaitu tata tanda $f(x)$, tatatanda $f:x \rightarrow$, dan $y = \text{ungkapan dalam sebutan } x$. Tatatanda $f(x)$ dan $f:x \rightarrow$ merupakan perwakilan jenis simbol yang dominan di kalangan pelajar.

Perwakilan berbentuk gambar pula terbahagi kepada tiga iaitu graf, gambar rajah anak panah, dan jadual. Graf merupakan perwakilan berbentuk gambar yang dominan di kalangan pelajar dalam kajian ini. Hanya seorang sahaja yang menggunakan jadual untuk mewakili fungsi matematik.

5.0 KESIMPULAN

Dapatan kajian yang telah dibincangkan dalam penulisan ini memberikan gambaran berkenaan konsepsi pelajar tentang fungsi dalam konteks gambaran mental dan perwakilan. Ini bersesuaian dengan kerangka konstruktivisme yang mendasari kajian ini kerana dalam kerangka ini, pelajar dianggap membina pengetahuan mereka sendiri dan bukan menerima pengetahuan yang sepadan dengan pengetahuan guru. Justeru, dapatan kajian ini menunjukkan wujudnya kepelbagaian dari segi gambaran mental pelajar tentang konsep fungsi dan perwakilan yang digunakan.

RUJUKAN

- Borba, M. C., dan J. Confrey. 1996. A Student's Construction of Transformations of Functions in a Multiple Representational Environment. *Educational Studies in Mathematics*. 31: 319-337.
- Breidenbach, D., E. Dubinsky, J. Hawks, dan D. Nichols. 1992. Development of the Process Conception of Function. *Educational Studies in Mathematics*. 23(3): 247-285.
- Breslich, E. R. 1966. Developing Functional Thinking in Secondary School Mathematics. Dalam *Selected Topics in the Teaching of Mathematics*. Disunting oleh W. D. Reeve. New York: AMS Press, Inc. 42-56.
- Burton, L. 1984. Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*. 15(1): 35-49.
- Davidenko, S. 1997. Building the Concept of Function From Students' Everyday Activities. *The Mathematics Teacher*. 90(2): 144-149.
- Dreyfus, T., dan T. Eisenberg. 1982. Intuitive Functional Concepts: A Baseline Study on Intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*. 13(5): 360-380.
- Dreyfus, T., dan T. Eisenberg. 1983. The Function Concept in College Students: Linearity, Smoothness, and Periodicity. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 5: 119-132.
- Durham, P. H., dan A. Osborne. 1991. Learning how to See: Students' Graphing Difficulties. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 13(4): 35-49.
- Even, R. 1993. Subject-matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers and the Function Concept. *Journal for Research in Mathematics Education*. 24(2): 94-116.
- Ferrini-Mundy, J., dan K. G. Graham. 1990. Functions and their Representations. *The Mathematics Teacher*. 83(3): 209-216.
- Freudenthal, H. 1983. *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company. 491-578.
- Goh, P. C. 1998. Konsepsi Pelajar Tingkatan Dua Tentang Nisbah. Disertasi sarjana yang tidak diterbitkan. Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Goldberg, Y. I. 1979. Stimulating Student Activity in the Study of Functional Relationships. Dalam *Problems of Instruction: Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*. Disunting oleh J. W. Wilson. Chicago: University of Chicago. 12: 147-153.
- Greeno, J. G. 1988. The Situated Activities of Learning and Knowing Mathematics. Disunting oleh M. J. Behr, C. B. Lacampagne dan M. M. Wheeler. Proceedings of the Tenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Northern Illinois University. DeKalb, Illinois. 481-521.
- Harvey, W. 1991. Improving the Teaching and Learning of Algebra Using a Visual Approach. Rethinking Algebra in Secondary Mathematics Education. Reports and papers in progress. Report No. 91-2. Newton, MA. Education Development Center, Inc., Center for Learning Technology. ERIC Document Reproduction Service No. ED345944.
- Johnson, D. C. 1980. The Research Process. Dalam *Research in Mathematics Education*. Disunting oleh R. J. Shumway. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 29-40.
- Kementerian Pendidikan Malaysia. 1989. *Huraian Sukatan Pelajaran Matematik Tingkatan I*. Kuala Lumpur: Pusat Perkembangan Kurikulum.

- Kementerian Pendidikan Malaysia. 1992. *Buku Penerangan Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah*. Kuala Lumpur: Pusat Perkembangan Kurikulum.
- Leinhardt, G., O. Zaslavsky, dan M. K. Stein. 1990. Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*. 60(1): 1-64.
- Leake, S. A. 1997. Characterizing Precalculus Students' Levels of Understanding of Functions and Their Graphs (Learning theory, graphing calculators, cooperative learning). CD-ROM. Abstrak dari ProQuest File: Dissertation Abstracts Item: AAC9719412.
- Lloyd, G. M., dan M. R. Wilson. 1998. Supporting Innovation: The Impact of a Teacher's Conceptions of Functions on His Implementation of a Reform Curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(3): 248-274.
- Markovits, E., B. S. Eylon, dan M. Bruckheimer. 1983. Functions–Linearity Unconstrained. Disunting oleh R. Hershkowitz. Proceedings of the Seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Rehovot, Israel. Weizmann Institute of Science. 271-277.
- Markovits, E., B. S. Eylon, dan M. Bruckheimer. 1986. Functions Today and Yesterday. *For the Learning of Mathematics*. 6(2): 18-28.
- Marnyanskii, I. A. 1979. Psychological Characteristics of Pupils' Assimilation of the Concept of a Function. Dalam *Problems of Instruction: Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*. Disunting oleh J. W. Wilson. Chicago: University of Chicago. 12:163-172.
- Measias, J. Z. 1998. Konsepsi Pelajar Tingkatan Empat Tentang Pernyataan Matematik. Laporan penyelidikan sarjana yang tidak diterbitkan. Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- National Council of Teachers of Mathematics 1989. *Curriculum Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nik Azis, N. P. 1986 Meaning of Arithmetic from Four Different Perspectives. *For the Learning of Mathematics*. 6: 11-16.
- Nik Azis, N. P. 1996. *Penghayatan Matematik KBSR dan KBSM: Perkembangan Profesional*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Nik Azis, N. P. 1999a. *Potensi Intelek*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Nik Azis, N. P. 1999b. *Pendekatan Konstruktivisme Radikal dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
- O'Callaghan, B. R. 1998. Computer-interactive Algebra and Students' Conceptual Knowledge of Functions. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(1): 21-40.
- Orton, A. 1971. Teaching about Functions in the Secondary School. *Mathematics Teaching*. 57: 45-49.
- Piaget, J. 1929. *The Child's Conception of the World*. New York: Harcourt, Brace, & World.
- Piaget, J. 1970. *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.
- Ponte, J. P. M. 1987. Functional Reasoning and the Interpretation of Cartesian Graphs. (Disertasi Kedoktoran. University of Georgia, 1984). Ann Arbor, Michigan. University Microfilms International. No. 8421144.
- Posner, G. J., dan W. A. Gertzog. 1982. The Clinical Interview and the Measurement of Conceptual Change. *Science Education*. 62(2): 195-209.
- Schwarz, B., dan T. Dreyfus. 1995. New Actions upon Old Objects: A New Ontological Perspective on Functions. *Educational Studies in Mathematics*. 29(3): 259-291.
- Selden, A., dan J. Selden. 1992. Research Perspectives on Conceptions of Functions: Summary and Overview. Dalam *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. Disunting oleh G. Harel dan E. Dubinsky. Washington, D.C: Mathematical Association of America. 1-16.
- Steffe, L. P., P. Cobb, dan E. von Glasersfeld. 1988. *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. New York: Springer-Verlag.
- Thomas, H. L. 1975. The Concept of Function. Dalam *Children's Mathematical Concepts: Six Piagetian Studies in Mathematics Education*. Disunting oleh M. F. Roszkopf. New York: Teachers College Press, Columbia University. 145-172.
- Vinner, S. 1983. Concept Definition, Concept Image and the Notion of Function. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*. 14(3): 293-305.
- Vinner, S., dan T. Dreyfus. 1989. Images and Definitions for the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(4): 356-366.

- Vollrath, H. J. 1986. Search Strategies as Indicators of Functional Thinking. *Educational Studies in Mathematics*. 17(4): 387-400.
- von Glasersfeld, E. 1987a. Learning as a Constructive Activity. Dalam *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Disunting oleh C. Janvier. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 3-17.
- von Glasersfeld, E. 1987b. Preliminaries to any Theory of Representation. Dalam *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Disunting oleh C. Janvier. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- von Glasersfeld, E. 1995. *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
- Wan Patanah, W. Y. 1998. *Konsepsi Murid Tahun Satu Mengenai Beberapa Istilah Matematik*. Laporan penyelidikan sarjana yang tidak diterbitkan. Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Willoughby, S. S. 1997. Functions from Kindergarten Through Sixth Grade. *Teaching Children Mathematics*. 3(6): 314-318.
- Wilson, M. R. 1994. One Preservice Secondary Teacher's Understanding of Function: The Impact of a Course Integrating Mathematical Content and Pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*. 25(4): 346-370.
- Zaslavsky, O. 1997. Conceptual Obstacles in the Learning of Quadratic Functions. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 19(1): 20-44.